

1571043

# ИСААК КУШНИР

$$a = b^2 \quad S = \frac{1}{2} AW \cdot M_0 N_0 \quad OI^2 = R^2 - 2Rr$$

$$M_1 W_1 + M_2 W_2 + M_3 W_3 = 2R - r \quad b = d^2 \quad \begin{cases} I_1^2 + I_2^2 = I^2 \\ I_1 + I_2 = I^2 \end{cases}$$

$$bc = AW_1 \cdot l_a = Al \cdot Al_a \quad bc = 2R \cdot h_a \quad \begin{cases} I_1^2 + I_2^2 = I^2 \\ I_1 + I_2 = I^2 \end{cases}$$

$$\tg \varphi_{D_h} = \frac{2(\sin B - \sin C)}{1 + 2\cos A} \quad S = R \cdot p_h \quad S_w = \frac{1}{2} R \cdot p$$

$$\tg \frac{A}{2} = \frac{(p-b)(p-c)}{S} \quad S_w = \frac{1}{2} R \cdot p \quad M_1 W_1 = \frac{\mu_a - \mu}{2} \quad a = b^2$$

$$a = c^2 \quad \tg \angle L_2 L_1 L_3 = \frac{2(\sin A + \sin B)}{1 + 2\cos C} \quad S = R \cdot p_h$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad bc = 2R \cdot h_a \quad c = a + b \quad b = d^2$$

$$S = \frac{1}{2} AW \cdot M_0 N_0 \quad S_w = \frac{1}{2} R \cdot p \quad S_x = \frac{S}{4} \left( 1 - \frac{OX^2}{R^2} \right) \quad a = c^2$$

$$bc = AW_1 \cdot l_a = Al \cdot Al_a \quad a = b^2 \quad S = \frac{1}{2} AW \cdot M_0 N_0$$

# УЧЕБНИК ФОРМУЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

## СОДЕРЖАНИЕ

Обозначения .....	9
1. Удивление формулой .....	11
2. Новая авторская терминология .....	13
Инструментарий .....	17
3.1. Формульная геометрия – новый инструмент планиметрии .....	18
3.2. Формульный круг .....	24
3.3. Новый формульный инструмент планиметрии .....	44
3.4. Формула-троица и формулы планиметрии .....	55
3.5. Формула биссектрисы – формула-троица .....	82
3.6. Инструментарий – формула в формуле .....	115
3.7. Хирургия формулы $\frac{abc}{a+b+c} = 2Rr$ .....	119
3.8. Инструментарий – метод эквилибристики .....	122
3.9. Инструмент: " ...и тригонометрические матрёшки" .....	127
3.10. Инструментарий. Умноженные на синус .....	131
3.11. Стандартные ситуации позиционных задач .....	133
4. Суперформула $OM_1 = \frac{1}{2}AH$ .....	142
5. Суммы трех отношений .....	150
6. Вторая формула Эйлера .....	174
7. Украшение формульной геометрии. Вторая формула Эйлера .....	184
8. Поиск лучшего доказательства второй формулы Эйлера .....	190
9. Мимикрия Второй формулы Эйлера .....	195
10. Подтверждение закона: из Второй формулы Эйлера получить формулу-троицу .....	203
11. Формулы в позиционных задачах .....	206
12. Две новых замечательные точки .....	228
13. Первая формула математики найдена .....	230
14. Теорема Пифагора-Шарыгина .....	232
15. Ура! Есть новый закон Кушнира! .....	235
16. Для чего нужны формулы? .....	237
17. Избранные формулы Планиметрии .....	240
18. Эффект Золушки в формуле-троице .....	247
19. Оригинальное доказательство В.М. Петечука формулы-троицы $bc = AI \cdot AI_a$ .....	250

20. Геометрические уравнения. Анонс .....	252
21. Авторские геометрические уравнения .....	254
22. Стороны треугольника в редко встречающихся формулах .....	271
23. Окружность Эйлера. Теорема Мавло .....	272
24. Не произведение, а частное .....	275
25. Поиск классических средних в треугольнике .....	277
26. Обратное среднему гармоническому .....	291
27. Праздник, который всегда .....	294
28. Формула в трапеции .....	298
29. Формульное доказательство задачи Штейнера-Лемуса .....	314
30. Найден аналог задачи Штейнера-Лемуса .....	318
31. Необычное доказательство новой задачи .....	321
32. Аналогия как педагогическая победа .....	322
33. Известность задачи .....	327
34. Аналогия по Шебаршину .....	332
35. Формульный потенциал полудельтоида .....	334
36. Новый вид треугольника: тангенсо-разностный .....	337
37. Формульные задачи разностного треугольника .....	340
38. Двадцать пять способов доказательства главной теоремы разностного треугольника .....	364
39. Букет от формулы Карно .....	387
40. Формулы-самородки .....	389
41. Неожиданные формулы .....	395
42. Лист трилистника как <i>I</i> -задача .....	400
43. Патент на открытие. Замечательное отношение $\frac{AI}{AI_a}$ .....	402
44. Триумф формульной геометрии: окружность Эйлера "в одну строку" .....	410
45. Формульная обратная задача .....	412
46. Биссектральный треугольник в формульной геометрии .....	414
47. Формульная песня .....	417
48. Еще одна формульная песня (площадь треугольника $K_1K_2K_3$ ) .....	420
49. Формульные неравенства .....	423
50. Формулы доказывают геометрические неравенства .....	436
51. Об одном замечательном треугольнике и неравенстве Ушакова .....	452
52. Углы треугольника как компоненты неравенств .....	457
53. Геометрическое опознание тригонометрических объектов .....	464
54. Кто из них королева? .....	475

55. Провокационная единица в обратных задачах .....	495
56. Формулы в задачах на построение .....	504
57. Притягательная вероломность площади треугольника .....	512
58. Бипедальная формула площади треугольника для произвольной точки в трех частях... с продолжением .....	535
59. Бипедальные равновеликости в журнале "Квант" .....	544
60. Формулы спасают равноделящую .....	553
61. Новая авторская задача о равноделящей .....	556
62. Формулы атакуют теорему Пифагора .....	557
63. Алгебра теоремы Пифагора в 7 классе .....	565
64. Формула Гамильтона .....	567
65. Новое о формуле $OH^2 = 9R^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ .....	571
66. Догадка, подтвержденная формулами .....	577
67. Любимая формула $S=Rph$ .....	578
68. Уважение к формуле $S=Rph$ .....	586
69. Как привести Архимеда на геометрическую баррикаду .....	590
70. Формула Архимеда - новая авторская формула .....	597
71. Сенсация: раскрыт секрет формул Мольвейде .....	604
72. Прорыв Туманова .....	610
73. Задача Паппуса как инструмент формульной геометрии .....	612
74. Три новых замечательных равенства формульной геометрии .....	618
75. Упражнения в прямоугольном треугольнике: получить $ab/2$ .....	622
76. Формула перпендикулярных диагоналей четырехугольника .....	627
77. Формульная геометрия. Интуиция? Эрудиция! Новая задача! .....	637
78. Формульные забавы в полукруге .....	639
79. Окружность Пржевальского .....	644
80. Памяти выдающегося геометра современности Залмана Алтеровича Скопеца .....	650
81. Формула Готмана-Скопеца .....	660
82. Неожиданное доказательство формулы Герона .....	662
83. Парадокс Герона .....	665
84. Формула Герона. XXI век .....	668
85. Формула Герона в четырехугольнике .....	674
86. Теорема Птолемея в формульной геометрии .....	677
87. Формула пяти радиусов .....	685
88. Формула супертангенса .....	688
89. ФорШеды – Формульные шедевры .....	694
90. Просто и незатейливо: формула Фусса и ... матрешки .....	706
91. Стишки пригодились: задачи-матрешки в одной формуле .....	710

92. Алгебраический треугольник .....	712
93. Базисный треугольник Менелая .....	722
94. Эмоции формулы Брахмагупты .....	726
95. Теорема Мансиона .....	732
96. Замечательный отрезок $M_1W_1$ .....	748
97. Встреча на турнире городов .....	754
98. Формулы подтверждают .....	761
99. Угол между окружностями .....	765
100. Формулы проигрывают? .....	769
101. "Мисс задача" .....	772
102. Памяти М.И. Ядренко .....	778
103. Треугольник $L_1L_2L_3$ – педальный (из американского журнала) .....	780
104. Решение задачи... по ответу .....	783
105. Соло на биссектрисах внутреннего и внешнего угла треугольника ..	785
106. Суперформульный треугольник ОИ <sub>a</sub> .....	791
107. Формула королевы или Королева формул .....	796
108. Цветок в Саду Геометрии .....	803
109. Эмоции суммы отрезков .....	806
110. Что могут формулы .....	811
111. Задача Хайна .....	818
112. Вторая формула Эйлера в задаче Хайна .....	819
113. Новая жизнь точки Нагеля .....	821
114. Обратная формула Лагранжа .....	828
115. Формульные встречи .....	831
116. Разные лица медианы треугольника .....	838
117. Большая популярность маленькой формулы .....	870
118. Медианные углы .....	877
119. Когда Чева и Менелай «почти не видны» .....	881
120. Защита формулы медианы .....	889
121. Леонарду Эйлеру – формульный бал – финал! .....	897